

Leibrententafel 2000/2002

ALEXANDER HANIKA
 HARALD TRIMMEL

Im vorliegenden Beitrag werden die Leibrententafel 2000/02 sowie die Herleitung der darin enthaltenen Barwerte für lebenslang vorschüssige Leibrentenzahlungen gemäß der amtlichen Sterbetafel 2000/02 dokumentiert. Praktische Beispiele zur Berechnung von Leibrenten veranschaulichen die Anwendungsmöglichkeiten dieser Tafel.

Einleitung und Methode

Sterbetafeln sind außer für die Mortalitätsanalyse auch von großer praktischer Bedeutung für viele Arten von Versicherungen, insbesondere im Bereich von Er- und Ableben. Da zwischen privaten Personen häufig Leibrenten vereinbart werden, soll hier deren praktische Berechnung mittels Leibrententabellen gezeigt und deren Herleitung aus einer Sterbetafel dargestellt werden. Die zuletzt veröffentlichte Leibrententafel 1990/92 wurde auf Basis der amtlichen Sterbetafel 1990/92 für Österreich berechnet.¹⁾ Hier soll nunmehr die Leibrententafel 2000/02 für die jetzt gültige Sterbetafel 2000/02 veröffentlicht werden.²⁾ Der vorliegende Artikel ist eine aktualisierte Fassung des Beitrags über die letzte Leibrententafel.

Als Leibrente wird im Allgemeinen die Gesamtheit von Zahlungen bezeichnet, die längstens bis zum Tode des Versicherten geleistet werden. Als Bewertungsmaß für eine Leibrente dient meist ihr Barwert, das ist die Summe aller auf den Zeitpunkt des Rentenbeginns abgezinsten (diskontierten) Werte der zu erwartenden Rentenzahlungen. Nimmt man an, dass es sich dabei um sofort beginnende regelmäßige jährliche Zahlungen bis zum Tode des Versicherten handelt und diese jeweils am Beginn des Rentenintervalls (das ist der zeitliche Abstand zwischen zwei benachbarten Zahlungen) geleistet werden, so spricht man von einer lebenslangen vorschüssigen Leibrente, welche hier weiter betrachtet werden soll.

Ähnlich wie beim Kauf einer Ware auf Ratenzahlung, wird bei Leibrenten immer ein bestimmter Zinssatz p vereinbart, der während des gesamten Auszahlungszeitraums der Rente wirksam sein soll. Die Wahl des Zinsfußes ist dabei naturgemäß von zeitbedingten sowie von individuellen Faktoren beeinflusst und ist im Allgemeinen davon abhängig, ob eine Wertsicherung (z.B. nach dem Verbraucherpreisindex) vereinbart wurde.

¹⁾ Siehe dazu Heft 11/1996, S. 841 ff.

²⁾ Publiziert in Heft 2/2005, S. 121 ff.

Der zugehörige Abzinsungs- oder Diskontierungsfaktor wird dann mit $v = \frac{1}{1 + \frac{p}{100}}$ bezeichnet.

Da die Frage nach einem geeigneten Zinsfuß häufig gestellt wird, sei hierzu bemerkt: Ein Käufer, der für den Kaufpreis (z.B. für ein Grundstück) einen Bankkredit aufnehmen muss, wird naturgemäß bereit sein, einen höheren Zinsfuß bei Zahlung mit Leibrente zu akzeptieren als jemand, der den Kaufpreis aus einem Sparkonto begleichen kann. Entsprechendes gilt sinngemäß auch für den Verkäufer. Der Zinsfuß für eine Leibrente wird sich also meist zwischen der aktuellen Verzinsung von Sparguthaben und dem Zinsfuß für einen Bankkredit (Laufzeit etwa die fernere Lebenserwartung des Verkäufers laut Sterbetafel) finden. Oft wird der Zinssatz für langfristig festverzinsliche Wertpapiere verwendet, was aber natürlich nicht immer so sein muss (siehe Beispiel 1b).

Wenn mit einer längeren Laufzeit der Leibrente gerechnet werden muss (d.h. die fernere Lebenserwartung des Rentenempfängers entsprechend groß ist), so ist es zweckmäßig, eine Wertsicherung (z.B. nach dem Verbraucherpreisindex) zu vereinbaren. Hierbei stellt sich aber das Problem, dass ein solcher Index naturgemäß für die Zukunft schwer vorhersehbar ist. Üblicherweise werden solche wertgesicherten Renten durch einen entsprechenden Abschlag bei der Verzinsung berechnet. Würde man sich für konstante Leibrentenzahlungen bei der Verzinsung z.B. auf 6% einigen und nimmt man für die Inflation einen durchschnittlichen Zinssatz von 2% an, so ergibt sich der Zinssatz für die Berechnung des um die Inflation bereinigten Barwertes in erster Näherung als Differenz dieser beiden Zinssätze, also 6% minus 2% ist gleich 4%. Die genaue Rechnung sieht so aus:

$$\text{Zinsfuß für Berechnung: } v = \frac{1,06}{1,02} - 1 = 0,0392$$

Gerundet ergeben sich also 4% (2% Abzug für die künftig zu berücksichtigende Wertsicherung). Durch diesen niedri-

geren Zinsfuß wird für das erste Jahr eine entsprechend kleinere Leibrentenzahlung ermittelt, die in den Folgejahren jedoch entsprechend der vereinbarten Wertsicherungsklausel verändert wird.

Für die Berechnung der Tabelle werden aus der Absterbeordnung der Sterbetafel 2000/02 die Überlebenden l_x des Alters x zugrunde gelegt. Wird an l_x Personen des Alters x eine lebenslange vorschüssige Leibrente vom Betrag 1 ausbezahlt, so müssen die ersten Zahlungen auf jeden Fall geleistet werden und betragen daher in Summe l_x ; nach n Jahren beträgt der Erwartungswert der Zahlungen l_{x+n} .

Die diskontierte Summe über alle diese Zahlungen beträgt

$$l_x + l_{x+1}v + l_{x+2}v^2 + \dots$$

wobei v der oben genannte Abzinsungsfaktor ist. Der Erwartungswert für die Anzahl aller dieser Zahlungen für einen zum Zeitpunkt der ersten Rentenzahlung x -jährigen Leibrentenempfänger ist dann der Barwert dieser Leibrente. Mit \ddot{a}_x wird der Barwert einer Leibrente vom Betrag 1 bezeichnet. Solche Barwerte sind nach Geschlecht und Alter sowie für verschiedene Zinssätze in der *Tabelle* angeführt. Es gilt:

$$\ddot{a}_x = \frac{1}{l_x} (l_x + l_{x+1}v + l_{x+2}v^2 + \dots)$$

Wird dieser Rentenbarwert für sehr hohe Alter berechnet, so ist der Anteil der über 100-jährigen in diesen Summen wesentlich. Es wurden daher für die Berechnung der Barwerte auch die zur Erstellung der Sterbetafel 2000/02 geschätzten l_x der über 100-jährigen Bevölkerung berücksichtigt.

Falls die Rente nicht jährlich zur Auszahlung gelangen soll, sondern in unterjährig Raten mit m Auszahlungen pro Jahr, so wird zumeist die Näherungsformel

$$\ddot{a}^{(m)} = \ddot{a} - \frac{m-1}{2m}$$

angewendet, auf deren Herleitung hier verzichtet werden muss. Damit kann für die monatliche Auszahlung ein bereinigter Barwert von $\ddot{a}^{(12)} = \ddot{a} - 0,458$ verwendet werden.

Auf weitere Arten von Leibrententafeln, wie z.B. solche für Verbindungsrenten (das sind Renten, die bei Ableben auf den Ehepartner übergehen), wird hier nicht eingegangen. Die auf Basis der Sterbetafel 2000/02 gegebene Bewertung von Leibrenten ist unterschiedlich zur finanztechnischen Bewertung von Leibrenten nach dem Bewertungsgesetz 1955 (in der geltenden Fassung) und wird hier auch nicht näher behandelt. Dafür gibt es in den Versicherungsgesellschaften entsprechende Fachleute. Ebenso sind auch viele Rechtsanwälte, Notare sowie Immobilienbüros mit der Abfassung entsprechender Leibrentenverträge vertraut.

Praktische Beispiele für die Berechnung einer Leibrente

Im Folgenden werden beispielhaft praktische Anleitungen zur Berechnung von Leibrenten sowie der Bestimmung des Barwertes (Ablösebetrag) einer laufenden Leibrentenzahlung gebracht.

1. Berechnung einer jährlich vorschüssigen Leibrente

Ein Grundstück soll für 80.000 € verkauft werden. Die genau 65-jährige Besitzerin will sich den Verkaufserlös als lebenslang jährlich vorschüssig zahlbare Leibrente auszahlen lassen.

a) Wie groß ist diese Rente bei einer Verzinsung des Kaufpreises von 5% pro Jahr?

Der Barwert einer jährlich vorschüssig zahlbaren Leibrente zum Betrag 1 und 5% Verzinsung beträgt laut *Tabelle 2* für eine 65-jährige Frau 12,534.

Es gilt dann:

Rentenbetrag = Kaufpreis dividiert durch den Barwert laut *Tabelle*, also $80.000 : 12,534 = 6.382,64$.

Die jährliche Leibrente beträgt daher 6.382,64 €.

b) Die Besitzerin verkauft das Grundstück an eine enge Verwandte, die auch als ihre Erbin vorgesehen ist. Sie verzichtet daher auf eine Verzinsung (gewählter Zinssatz: 0%) und vereinbart lediglich eine Wertsicherung nach dem Verbraucherpreisindex.

Rentenbetrag = Kaufpreis dividiert durch den Barwert laut *Tabelle 2*, also $80.000 : 20,195 = 3.961,38$.

Im ersten Jahr beträgt die wertgesicherte jährliche Leibrente somit 3.961,38 €. In den Folgejahren wird die Rente gemäß der getroffenen Wertsicherungsklausel angepasst.

2. Berechnung einer monatlich vorschüssigen Leibrente

Eine Eigentumswohnung soll für 95.000 € verkauft werden. Der 73½-jährige Besitzer zieht in ein Pensionistenheim. Da dort monatlich abgerechnet wird, möchte er sich eine lebenslang monatlich vorschüssig zahlbare Leibrente auszahlen lassen. Wie groß ist diese Rente bei einer Verzinsung des Kaufpreises von 3% pro Jahr?

Da das Alter nicht genau 73 Jahre beträgt, sondern seit dem 73. Geburtstag bereits ein halbes Jahr vergangen ist, wäre der Mittelwert der in der *Tabelle 1* ausgewiesenen Barwerte für einen genau 73 und einen genau 74 Jahre alten Mann zu berechnen:

$$\text{Barwert} = (9,366 + 8,952) : 2 = 9,159$$

Da eine monatliche Auszahlung des Rentenbetrags gewünscht wird, ist dieser interpolierte Barwert zunächst um 0,458 zu vermindern und zwar in jedem Fall, gleichgültig wie groß der Barwert ist. Der bereinigte Barwert lautet daher:

$$\text{Bereinigter Barwert} = 9,159 - 0,458 = 8,701.$$

Der Kaufpreis wird durch diesen Barwert dividiert, und man erhält den Jahresbetrag der Rente:

Jahresbetrag = $95.000 : 8,701 = 10.918,29$.

Der so ermittelte Jahresbetrag ist weiters durch zwölf zu dividieren, um den Monatsbetrag zu erhalten:

Rente pro Monat = $10.918,29 : 12 = 909,86$.

Die monatliche Leibrente beträgt somit 909,86 €.

3. Barwert einer laufenden Leibrente

Ein Mann bezieht eine monatlich vorschüssige Leibrente von 650 €. An seinem achtzigsten Geburtstag möchte er den

Barwert seines Leibrentenanspruchs für eine Verzinsung von 4% wissen. Hierzu findet er in der *Tabelle 1* den Barwert 6,335 für eine jährliche Leibrente vom Betrag 1. Da es sich um eine monatliche Leibrente handelt, wird dieser Betrag noch um 0,458 vermindert. Der bereinigte Barwert beträgt somit 5,877. Für seine Leibrente gilt dann:

Barwert der Leibrente = Betrag der Leibrente mal bereinigter Barwert mal zwölf, also $650 \times 5,877 \times 12 = 45.840,60$.

Der Barwert seines Leibrentenanspruchs beträgt somit 45.840,60 €. Dieser Betrag müsste bei einer Ablöse des Rentenanspruchs an ihn ausbezahlt werden.

Summary

This article gives present values for life annuities to be paid at the beginning of a time period (yearly or monthly) for different rates of interest (0 per cent to 12 per cent), based on the Austrian life table 2000/02, as well as practical examples for the calculation of payments of annuities.